Problema 8f

Esboçar o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4$. Determinar o domínio e a imagem para a função.

Resolução:

Fazer o gráfico da parábola é bem simples. Basta construir uma tabela relacionando valores entre **x** (a variável independente) e **y** (a variável dependente), também conhecida com **f(x)**, isto é, para um dado valor de **x**, e, através da relação **f,** obtém-se um valor para **y**. Geralmente uns 10 valores ou menos, no caso da parábola, são suficientes para dar uma idéia do gráfico.

Antes de se construir a tabela de valores propriamente dita, é interessante observar alguns pontos relativos à propriedades das parábolas e que ajudam a visualizar como será o gráfico antes mesmo de construí-lo:

1) a expressão genérica da parábola é dada por $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$. O sinal do coeficiente do termo $\mathbf{x^2}$, isto é, o valor do coeficiente **a** informa se a concavidade da parábola estará *voltada para cima* ou *voltada para baixo*. Um coeficiente **a** positivo ($a>0$) indica que a concavidade da parábola estará *voltada para cima*, um coeficiente **a** negativo ($a<0$), indica que a concavidade da parábola estará *voltada para baixo*. No exemplo dado, o valor do coeficiente **a** é **1**, positivo e, portanto, o gráfico de nossa parábola apresenta concavidade voltada para cima. ***E se o coeficiente a for 0 (zero) ?***

2) outro ponto importante é o vértice da parábola. O vértice da parábola é dado pelo par de coordenadas cartesianas (x_v, y_v). As coordenadas do vértice da parábola no plano cartesiano são dadas por: $\mathbf{x_v = -b / 2a}$ e $\mathbf{y_v = -\Delta/4a}$, onde $\mathbf{\Delta = b^2 - 4ac}$. Desse modo, calculando as coordenadas do vértice temos:

Cálculo de Δ	***Cálculo de X_v***	***Cálculo de Y_v***
$\Delta = b^2 - 4ac$	$x_v = -0 / 2a$	$y_v = -\Delta/4a$
$\Delta = (0)^2 - 4(1)(-4)$	$x_v = 0$	$y_v = -16/4(1)$
$\Delta = 0 - 4(-4)$		$y_v = -4$
$\Delta = 0+16$		$y_v =$
$\Delta = +16$		$y_v =$

Assim, as coordenadas do vértice são dadas por (0,-4).

3) finalmente, as raízes da parábola ou também conhecidas como *"zeros da função"*. São os valores de **x** que tornam o valor de **y** igual a zero. As raízes

da função são valores importantes pois, eles indicam no gráfico os pontos de intersecção com o eixo **x**. Assim, basta calcular a expressão **f(x) = 0**, isto é: **x^2 -3x -4 = 0**. As raízes de uma equação do 2° grau, são duas e são dadas por **x_1 = (-b + raiz(Δ)) / 2a** e **x_2 = (-b – raiz(Δ)) / 2a**.

Calculando as raízes

Calculando as raízes de x^2 -4 = 0	
Cálculo de x_1	Cálculo de x_2
x_1 = (-b + raiz(Δ)) / 2(a)	**x_2 = (-b – raiz(Δ)) / 2a**
x_1 = (-0 + raiz(16)) / 2(1)	**x_2 = (-0 – raiz(16)) / 2(1)**
x_1 = (0 + 4) / 2	**x_2 = (0 – 4) / 2**
x_1 = (+4) / 2	**x_2 = (–4) / 2**
x_1 = +2	**x_2 = –2**

Assim, as raízes da função **f(x) = x^2 -4,** são, **x_1 = +2** e **x_2 = –2**.

Pronto! Os pontos notáveis da parábola já foram determinados. Vamos agora criar a tabela com alguns pontos adicionais para tentarmos traçar o gráfico da parábola.

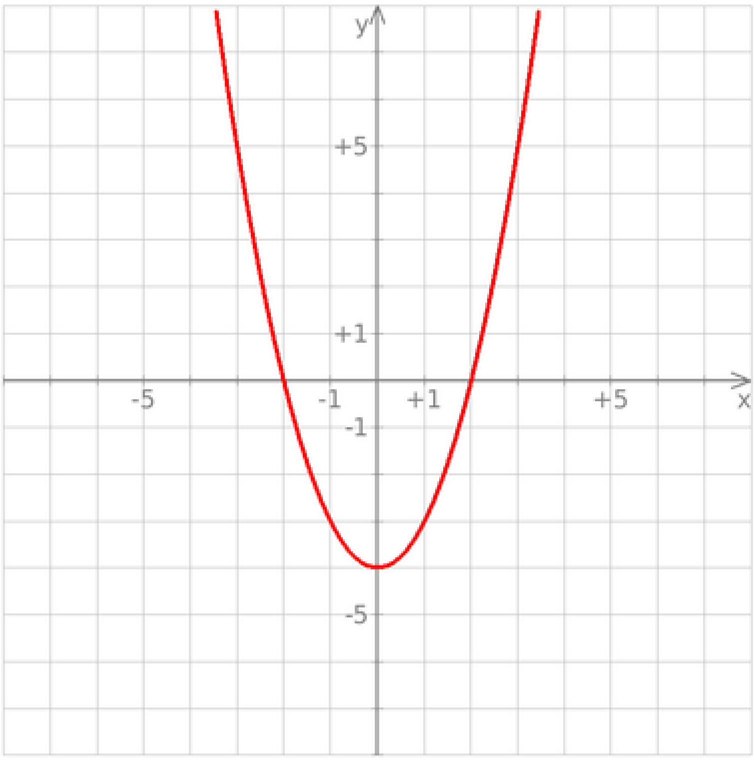
Veja a tabela abaixo:

Tabelando valores para x^2 -4				
X	x^2 -4		Y	
0	0^2 -4	0 - 4	-4	ponto qualquer
1	1^2 -4	1 - 4	-3	ponto qualquer
0	$(0)^2$ -4	0 – 4	-4	vértice
2	2^2 -4	4 - 4	0	raiz da função
-2	$(-2)^2$ -4	4 - 4	0	raiz da função

<u>Traçando o gráfico da função:</u>

Levando-se em consideração todas as informações acima, vamos plotar os pontos **x** e **y** no plano cartesiano. O eixo **x**, o eixo horizontal, é o eixo das abscissas, isto é, o eixo dos valores da variável independente. O eixo **y**, o eixo vertical, é o eixo das ordenadas, isto é, o eixo dos valores da função.

Veja a figura abaixo:



Comentário:

Verifique se o gráfico acima corresponde à função $f(x) = x^2 - 4$

- o sentido da concavidade está de acordo com o sinal do coeficiente a de f(x)?
- as coordenadas do vértice representadas no gráfico estão de acordo com os valores calculados?
- o gráfico *corta* o **eixo x** nos valores correspondentes aos valores calculados para as raízes da função f(x)?

by fernandopaim@paim.pro.br