

## Problema 7

Fazer o gráfico da parábola  $f(x) = x^2 - 3x - 4$ , indicando o vértice e as raízes.

### Resolução:

Fazer o gráfico da parábola é bem simples. Basta construir uma tabela relacionando valores entre  $x$  (a variável independente) e  $y$  (a variável dependente), também conhecida com  $f(x)$ , isto é, para um dado valor de  $x$ , e, através da relação  $f$ , obtém-se um valor para  $y$ . Geralmente uns 10 valores ou menos, no caso da parábola, são suficientes para dar uma idéia do gráfico.

Antes de se construir a tabela de valores propriamente dita, é interessante observar alguns pontos relativos às propriedades das parábolas e que ajudam a visualizar como será o gráfico antes mesmo de construí-lo:

**1)** a expressão genérica da parábola é dada por  $ax^2 + bx + c = 0$ . O sinal do coeficiente do termo  $x^2$ , isto é, o valor do coeficiente  $a$  informa se a concavidade da parábola estará *voltada para cima* ou *voltada para baixo*. Um coeficiente  $a$  positivo ( $a > 0$ ) indica que a concavidade da parábola estará *voltada para cima*, um coeficiente  $a$  negativo ( $a < 0$ ), indica que a concavidade da parábola estará *voltada para baixo*. No exemplo dado, o valor do coeficiente  $a$  é **1**, positivo e, portanto, o gráfico de nossa parábola apresenta concavidade voltada para cima. **E se o coeficiente  $a$  for 0 (zero) ?**

**2)** outro ponto importante é o vértice da parábola. O vértice da parábola é dado pelo par de coordenadas cartesianas  $(x_v, y_v)$ . As coordenadas do vértice da parábola no plano cartesiano são dadas por:  $x_v = -b / 2a$  e  $y_v = -\Delta / 4a$ , onde  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Desse modo, calculando as coordenadas do vértice temos:

<b>Cálculo de <math>\Delta</math></b>	<b>Cálculo de <math>X_v</math></b>	<b>Cálculo de <math>Y_v</math></b>
$\Delta = b^2 - 4ac$	$x_v = -b / 2a$	$y_v = -\Delta / 4a$
$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(-4)$	$x_v = -(-3) / 2(1)$	$y_v = -25 / 4(1)$
$\Delta = 9 - 4(-4)$	$x_v = 3 / 2$	$y_v = -25 / 4$
$\Delta = 9 + 16$	$x_v = 1,5$	$y_v = -25 / 4$
$\Delta = 25$		$y_v = -6,25$

Assim, as coordenadas do vértice são dadas por  $(3/2, -25/4)$  ou, realizando o cálculo  $(1.5, -6,25)$ .

**3)** finalmente, as raízes da parábola ou também conhecidas como “zeros da função”. São os valores de  $x$  que tornam o valor de  $y$  igual a zero. As raízes

da função são valores importantes pois, eles indicam no gráfico os pontos de intersecção com o eixo  $x$ . Assim, basta calcular a expressão  $f(x) = 0$ , isto é:  $x^2 - 3x - 4 = 0$ . As raízes de uma equação do 2º grau, são duas e são dadas por  $x_1 = (-b + \text{raiz}(\Delta)) / 2a$  e  $x_2 = (-b - \text{raiz}(\Delta)) / 2a$ .

Calculando as raízes

<i>Calculando as raízes de <math>x^2 - 3x - 4 = 0</math></i>	
Cálculo de $x_1$	Cálculo de $x_2$
$x_1 = (-b + \text{raiz}(\Delta)) / 2(a)$	$x_2 = (-b - \text{raiz}(\Delta)) / 2a$
$x_1 = (-(-3) + \text{raiz}(25)) / 2(1)$	$x_2 = (-(-3) - \text{raiz}(25)) / 2(1)$
$x_1 = (+3 + 5) / 2$	$x_2 = (+3 - 5) / 2$
$x_1 = (+8) / 2$	$x_2 = (-2) / 2$
$x_1 = +4$	$x_2 = -1$

Assim, as raízes da função  $f(x) = x^2 - 3x - 4$ , são,  $x_1 = +4$  e  $x_2 = -1$ .

Pronto! Os pontos notáveis da parábola já foram determinados. Vamos agora criar a tabela com alguns pontos adicionais para tentarmos traçar o gráfico da parábola.

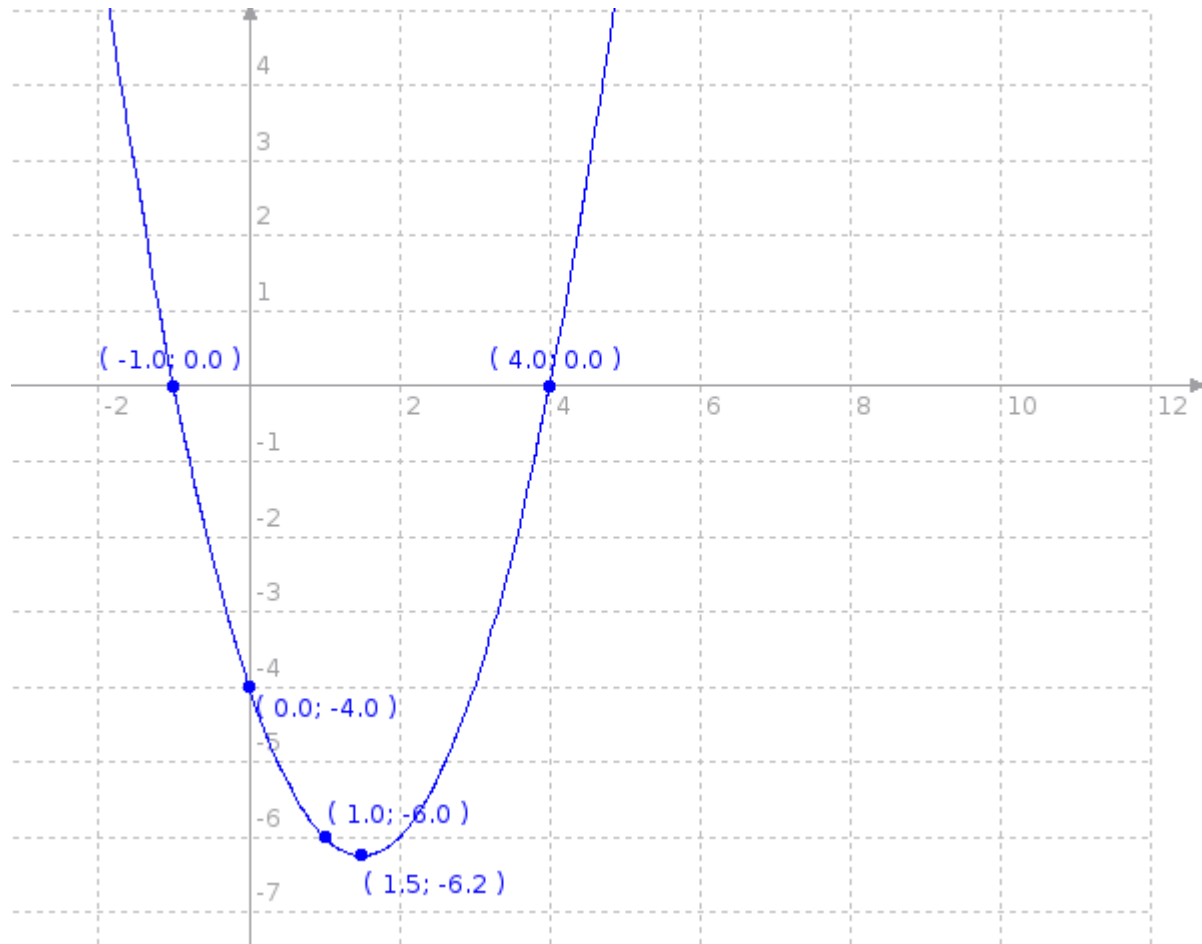
Veja a tabela abaixo:

<i>Tabelando valores para <math>x^2 - 3x - 4</math></i>				
X	$x^2 - 3x - 4$		Y	
0	$0^2 - 3 \cdot 0 - 4$	$0 - 0 - 4$	-4	ponto qualquer
1	$1^2 - 3 \cdot 1 - 4$	$1 - 3 - 4$	-6	ponto qualquer
3/2	$(3/2)^2 - 3 \cdot 3/2 - 4$	$9/4 - 9/2 - 4$	25/4	vértice
4	$4^2 - 3 \cdot 4 - 4$	$16 - 12 - 4$	0	raiz da função
-1	$(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 4$	$1 + 3 - 4$	0	raiz da função

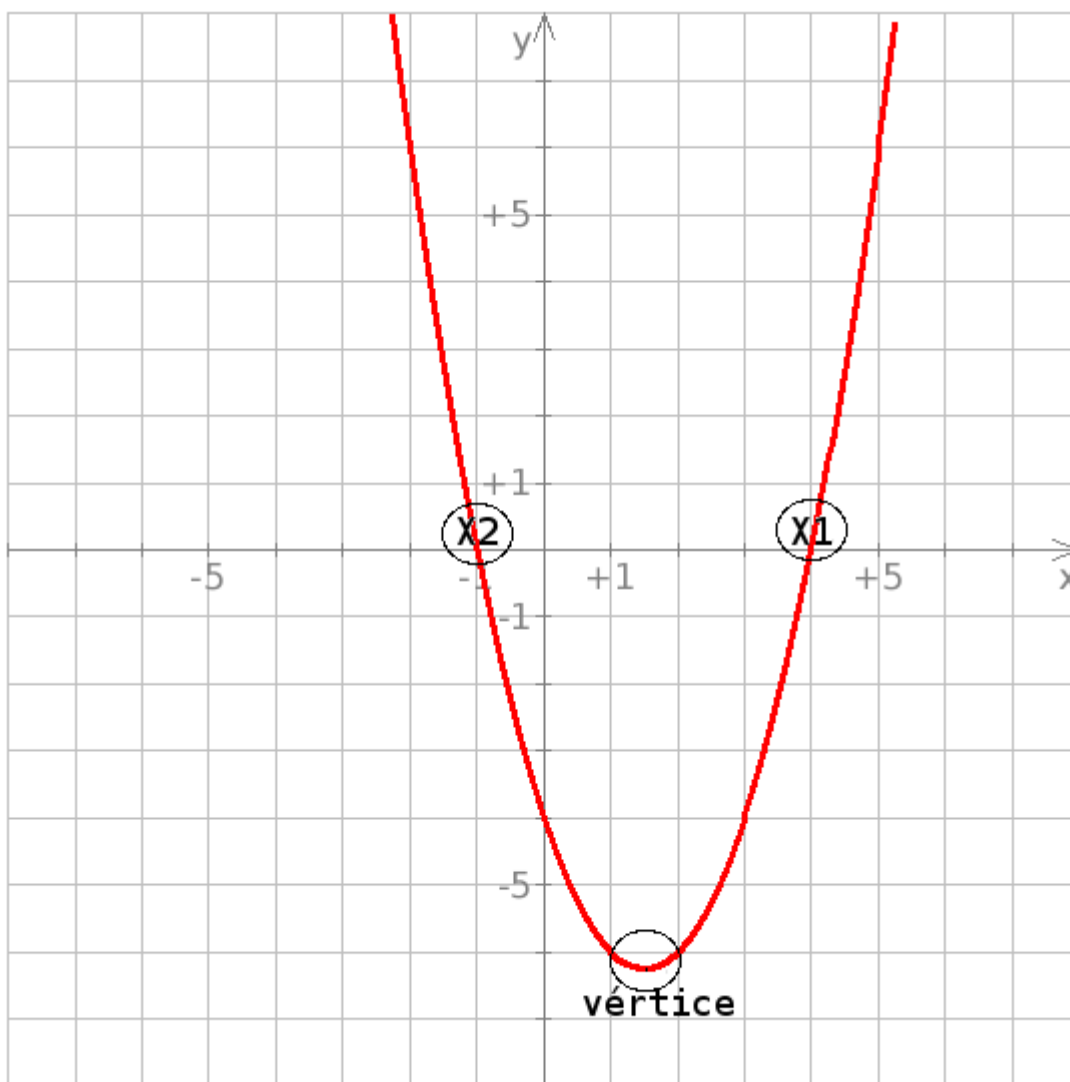
### **Traçando o gráfico da função:**

Levando-se em consideração todas as informações acima, vamos plotar os pontos  $x$  e  $y$  no plano cartesiano. O eixo  $x$ , o eixo horizontal, é o eixo das abscissas, isto é, o eixo dos valores da variável independente. O eixo  $y$ , o eixo vertical, é o eixo das ordenadas, isto é, o eixo dos valores da função.

Plotando os pontos no plano cartesiano, exibindo as coordenadas e traçando o gráfico.



Veja a figura abaixo:



### Comentário:

Verifique se o gráfico acima corresponde à função  $f(x) = x^2 - 3x - 4$

- o sentido da concavidade está de acordo com o sinal do coeficiente a de  $f(x)$ ?
- as coordenadas do vértice representadas no gráfico estão de acordo com os valores calculados?
- o gráfico *corta* o **eixo x** nos valores correspondentes aos valores calculados para as raízes da função  $f(x)$ ?

*by fernandopaim@paim.pro.br*