

Problema 7

Fazer o gráfico da parábola $f(x) = x^2 - 3x - 4$, indicando o vértice e as raízes.

Resolução:

Fazer o gráfico da parábola é bem simples. Basta construir uma tabela relacionando valores entre x (a variável independente) e y (a variável dependente), também conhecida com $f(x)$, isto é, para um dado valor de x , e, através da relação f , obtém-se um valor para y . Geralmente uns 10 valores ou menos, no caso da parábola, são suficientes para dar uma idéia do gráfico.

Antes de se construir a tabela de valores propriamente dita, é interessante observar alguns pontos relativos às propriedades das parábolas e que ajudam a visualizar como será o gráfico antes mesmo de construí-lo:

1) a expressão genérica da parábola é dada por $ax^2 + bx + c = 0$. O sinal do coeficiente do termo x^2 , isto é, o valor do coeficiente a informa se a concavidade da parábola estará *voltada para cima* ou *voltada para baixo*. Um coeficiente a positivo ($a > 0$) indica que a concavidade da parábola estará *voltada para cima*, um coeficiente a negativo ($a < 0$), indica que a concavidade da parábola estará *voltada para baixo*. No exemplo dado, o valor do coeficiente a é **1**, positivo e, portanto, o gráfico de nossa parábola apresenta concavidade voltada para cima. **E se o coeficiente a for 0 (zero) ?**

2) outro ponto importante é o vértice da parábola. O vértice da parábola é dado pelo par de coordenadas cartesianas (x_v, y_v) . As coordenadas do vértice da parábola no plano cartesiano são dadas por: $x_v = -b / 2a$ e $y_v = -\Delta / 4a$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$. Desse modo, calculando as coordenadas do vértice temos:

Cálculo de Δ	Cálculo de X_v	Cálculo de Y_v
$\Delta = b^2 - 4ac$	$x_v = -b / 2a$	$y_v = -\Delta / 4a$
$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(-4)$	$x_v = -(-3) / 2(1)$	$y_v = -25 / 4(1)$
$\Delta = 9 - 4(-4)$	$x_v = 3 / 2$	$y_v = -25 / 4$
$\Delta = 9 + 16$	$x_v = 1,5$	$y_v = -25 / 4$
$\Delta = 25$		$y_v = -6,25$

Assim, as coordenadas do vértice são dadas por $(3/2, -25/4)$ ou, realizando o cálculo $(1.5, -6,25)$.

3) finalmente, as raízes da parábola ou também conhecidas como “zeros da função”. São os valores de x que tornam o valor de y igual a zero. As raízes

da função são valores importantes pois, eles indicam no gráfico os pontos de intersecção com o eixo x . Assim, basta calcular a expressão $f(x) = 0$, isto é: $x^2 - 3x - 4 = 0$. As raízes de uma equação do 2º grau, são duas e são dadas por $x_1 = (-b + \text{raiz}(\Delta)) / 2a$ e $x_2 = (-b - \text{raiz}(\Delta)) / 2a$.

Calculando as raízes

<i>Calculando as raízes de $x^2 - 3x - 4 = 0$</i>	
Cálculo de x_1	Cálculo de x_2
$x_1 = (-b + \text{raiz}(\Delta)) / 2(a)$	$x_2 = (-b - \text{raiz}(\Delta)) / 2a$
$x_1 = (-(-3) + \text{raiz}(25)) / 2(1)$	$x_2 = (-(-3) - \text{raiz}(25)) / 2(1)$
$x_1 = (+3 + 5) / 2$	$x_2 = (+3 - 5) / 2$
$x_1 = (+8) / 2$	$x_2 = (-2) / 2$
$x_1 = +4$	$x_2 = -1$

Assim, as raízes da função $f(x) = x^2 - 3x - 4$, são, $x_1 = +4$ e $x_2 = -1$.

Pronto! Os pontos notáveis da parábola já foram determinados. Vamos agora criar a tabela com alguns pontos adicionais para tentarmos traçar o gráfico da parábola.

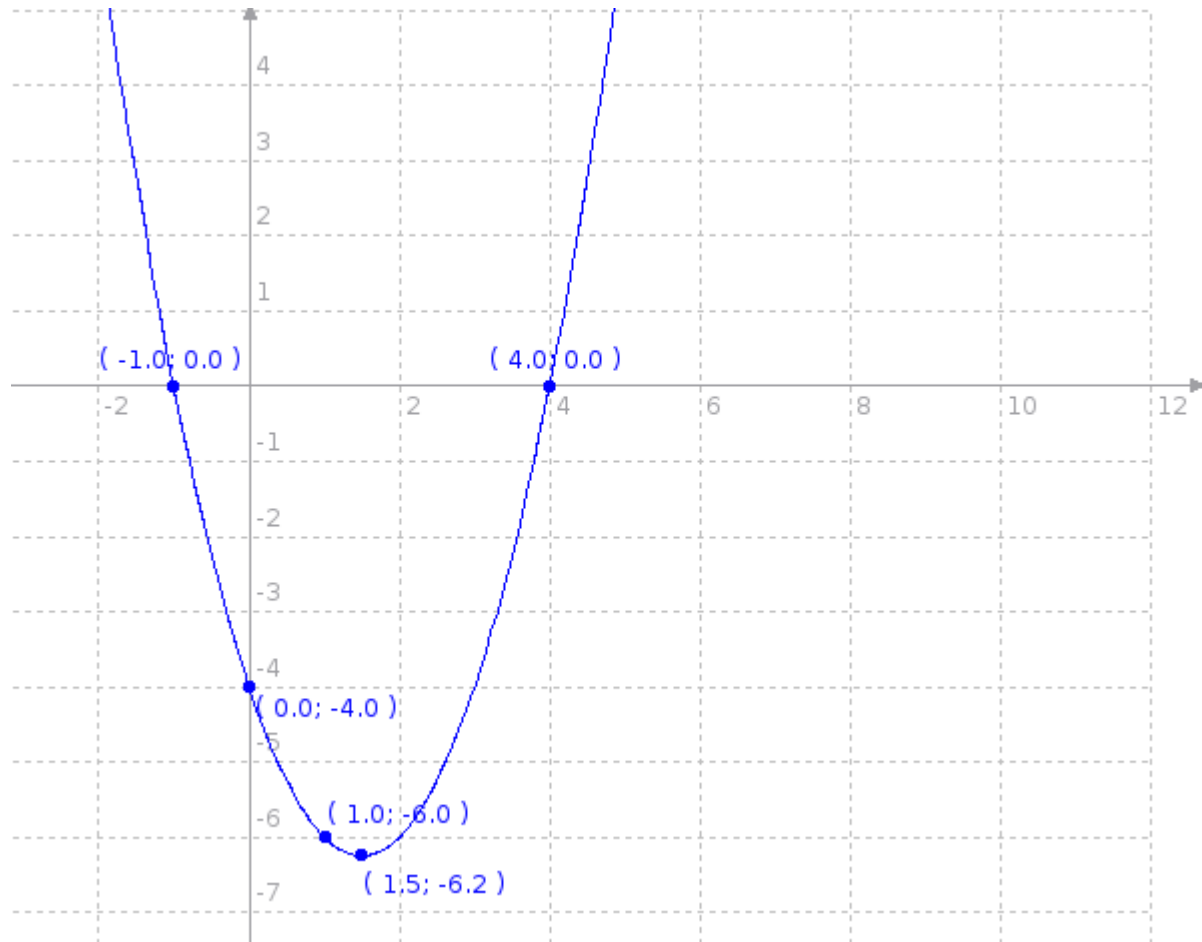
Veja a tabela abaixo:

<i>Tabelando valores para $x^2 - 3x - 4$</i>				
X	$x^2 - 3x - 4$		Y	
0	$0^2 - 3 \cdot 0 - 4$	$0 - 0 - 4$	-4	ponto qualquer
1	$1^2 - 3 \cdot 1 - 4$	$1 - 3 - 4$	-6	ponto qualquer
3/2	$(3/2)^2 - 3 \cdot 3/2 - 4$	$9/4 - 9/2 - 4$	25/4	vértice
4	$4^2 - 3 \cdot 4 - 4$	$16 - 12 - 4$	0	raiz da função
-1	$(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 4$	$1 + 3 - 4$	0	raiz da função

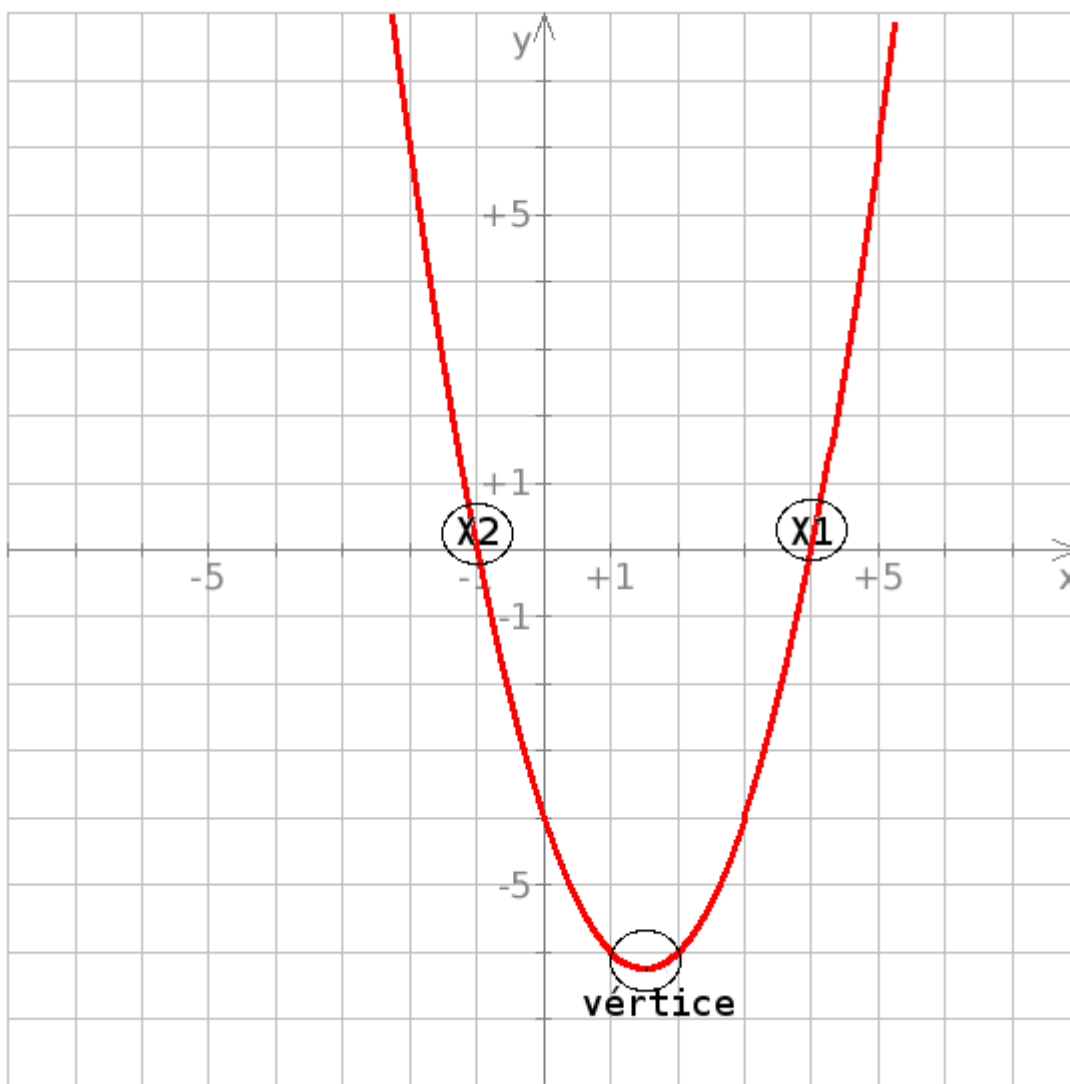
Traçando o gráfico da função:

Levando-se em consideração todas as informações acima, vamos plotar os pontos x e y no plano cartesiano. O eixo x , o eixo horizontal, é o eixo das abscissas, isto é, o eixo dos valores da variável independente. O eixo y , o eixo vertical, é o eixo das ordenadas, isto é, o eixo dos valores da função.

Plotando os pontos no plano cartesiano, exibindo as coordenadas e traçando o gráfico.



Veja a figura abaixo:



Comentário:

Verifique se o gráfico acima corresponde à função $f(x) = x^2 - 3x - 4$

- o sentido da concavidade está de acordo com o sinal do coeficiente a de $f(x)$?
- as coordenadas do vértice representadas no gráfico estão de acordo com os valores calculados?
- o gráfico *corta* o **eixo x** nos valores correspondentes aos valores calculados para as raízes da função $f(x)$?

by fernandopaim@paim.pro.br